

# 复合材料低速冲击永久凹坑深度预测方法

## Prediction of Permanent Indentation Depth of Laminate Subjected to Low-Velocity Impact

北京航空航天大学航空科学与工程学院 刘德博 田甜 关志东

**[摘要]** 基于赫兹接触定律,建立了复合材料层板低速冲击模型,在此基础上提出了复合材料层板冲击后永久凹坑的理论计算方法。通过对 T700/5428 和 T300/5428 两种材料层板低速冲击永久凹坑计算结果与试验结果的对比,证实了这种方法在较小冲击损伤情况下的可行性与有效性。通过这种方法,可以为复合材料冲击性能的预测提供一种参考。

**关键词:** 复合材料 低速冲击 凹坑

**[ABSTRACT]** A method is presented to calculate the depth of the permanent indentation of laminates after low-velocity impact. It is based on the Hertzian contact law, and uses the finite element simulation results of the low-velocity impact. Two typical materials, T700/5428 and T300/5428, are analyzed and a comparison of the contact force history and permanent indentation between the calculations and impact test results is given which shows the feasibility and effectiveness of this method in the case of small damage. The method can provide a reference to predict the performance of the composite.

**Keywords:** Composite Low-velocity impact Indentation

先进复合材料具有比强度、比刚度大等优异的性能,在航空航天中应用越来越广泛。但在使用和维护过程中难免会遇到撞击,例如维修工具掉落、轮胎溅起的碎石、冰雹撞击等。复合材料对外来物的冲击十分敏感,较小能量的冲击,就可以引起复合材料内部的损伤,其表面却没有明显的现象,损伤不易检测,造成飞行隐患。

复合材料民机机翼结构通常采用的强度设计准则中要求复合材料蒙皮壁板在含 BVID (目视勉强可检损伤) 时能够承受 100%DUL (设计极限载荷)。含 BVID 损伤试样的剩余压缩强度或破坏应变是复合材料损伤容限性能的重要表征。BVID 主要考虑冲击后凹坑的深度,若能准确地预测复合材料的冲击后永久凹坑深度,则可以对复合材料的性能进行比较准确的预测,为复合材料结构设计提供依据。

本文在赫兹接触定律的基础上,建立了复合材料低速冲击损伤模型,并通过进一步理论计算确定冲击后的

永久凹坑深度,通过与试验结果对比,证明在小损伤情况(赫兹接触定律的适用范围)下此方法的可行性与有效性。

### 1 永久凹坑深度计算方法

在处理复合材料结构的低速冲击问题时,接触力的计算通常采用基于静压痕试验的赫兹接触定律。此定律假定接触区域为圆形<sup>[1-5]</sup>(半径为  $a$ ),在区域内横向压力  $p$  的分布为:

$$p = p_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

由公式(1)的表达式,可以得到接触区域内压力分布见图 1。

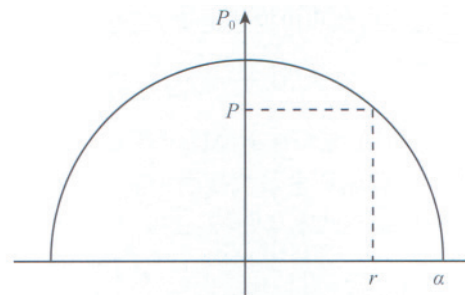


图1 接触区域压力分布示意图

Fig.1 Distribution of pressure in contact area

对于接触区域半径  $a$  的求解<sup>[6-8]</sup>,可参考图 2,并由图中几何关系,可由下式给出:

$$a = (2aR_i - \alpha^2)^{1/2}, \quad (2)$$

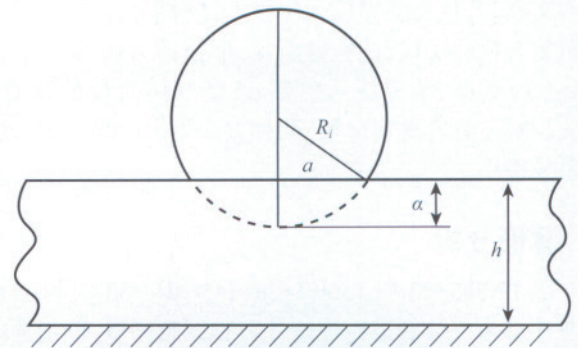


图2 底部刚性支撑的层板静压痕示意图

Fig.2 Quasi-static indentation with bottom clamped

式中,  $\alpha$  为凹坑深度,  $R_i$  为压头半径。

考虑到通常情况下凹坑深度远小于压头半径的情况,公式(2)可简化为:

$$a = (2\alpha R_i)^{1/2}, \quad (3)$$

在冲击开始后的加载过程中,其冲击接触力可表示为(加载定律)<sup>[9]</sup>:

$$f = k\alpha^{1.5}, \quad (4)$$

式中  $\alpha$  为凹坑深度,即压头与层板之间的压入位移。 $k$  为接触系数,它由试验确定,模拟计算时也可用下式给出:

$$k = \frac{4}{3}\sqrt{R_i} \frac{1}{[(1-\nu_i^2)/E_i + 1/E_i]}, \quad (5)$$

式中  $R_i$  为压头半径,  $\nu_i$ 、 $E_i$  为压头材料的泊松比和弹性模量,  $E_i$  为复合材料层板垂直于纤维方向的横向弹性模量。

低速冲击中的卸载分为局部卸载和总体卸载。局部卸载是指冲头压入层板过程中,由于板的动态效应引起的短暂卸载;而总体卸载是指冲头处于反弹状态时引起接触力的持续卸载。

局部卸载后会出现再加载阶段,此时的冲击接触力可表示为(局部卸载和再加载定律)<sup>[9-10]</sup>:

$$f = f_m \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^n, \quad (6)$$

式中  $n$  在卸载时取 2.5,在再加载时取 1.5,  $f_m$ 、 $\alpha_m$  分别为一个加载-卸载循环中最大接触力及其对应的压入位移,  $\alpha_0$  为  $\alpha_m$  所造成的永久凹坑,它可由下式确定:

$$\alpha_0 = \begin{cases} 0 & \alpha_m \leq \alpha_{cr} \\ \alpha_m \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_m} \right)^{2/5} \right] & \alpha_m > \alpha_{cr} \end{cases}, \quad (7)$$

式中  $\alpha_{cr}$  为临界压入位移,可由下式进行估算<sup>[6-8]</sup>:

$$\alpha_{cr} = \frac{Z_c h}{E_t}, \quad (8)$$

式中  $h$  为层合板厚度,  $Z_c$ 、 $E_t$  分别为复合材料横向压缩强度值和横向弹性模量。

文献[9]认为临界压入位移为材料常数,并对石墨/环氧复合材料层板,试验得出  $\alpha_{cr}$  取值约为 0.08mm。而公式(8)表明,临界压入位移  $\alpha_{cr}$  还与层合板的厚度  $h$  相关。对于复合材料薄板,两种方法得出的临界压入位移差异很小。

## 2 算例分析

以 T700/5428 和 T300/5428、[45/90/-45/0]<sub>4S</sub> 的层板低速冲击为例分别进行理论计算和试验测量,分别选取 4.45J/mm 和 6.67J/mm 作为低速冲击能量。各材料性能见表 1 所示。

表1 T700/5428与T300/5428的材料属性

属性	T700	T300
面内纵向模量 $E_1$ /GPa	125	141
面内横向模量 $E_2$ /GPa	7.8	9.32
面外横向模量 $E_3$ /GPa	7.8	9.32
面内剪切模量 $G_{12}$ /GPa	5.6	6.31
泊松比 $\nu_{12}$	0.28	0.32
密度 $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1540	1600
纵向拉伸强度 $X_t$ /MPa	2150	1861
纵向压缩强度 $X_c$ /MPa	1200	1503
横向拉伸强度 $Y_t$ /MPa	65	89.3
横向压缩强度 $Y_c$ /MPa	220	241
面内剪切强度 $S_{12}$ /MPa	110	107

注:模拟计算中,假设  $Z_T=Y_T, Z_C=Y_C$ 。

### 2.1 低速冲击试验

分别对两种材料的两个冲击能级进行试验,试验后试件冲击表面照片分别见图 3 和图 4。试验测量的凹坑深度分别为:0.18mm、0.24mm、0.14mm 和 0.56mm。接触力曲线见图 5 和图 6。

### 2.2 凹坑的计算

首先,对层板进行建模,采用自行编写的三维动态



(a) 4.45J/mm 冲击后

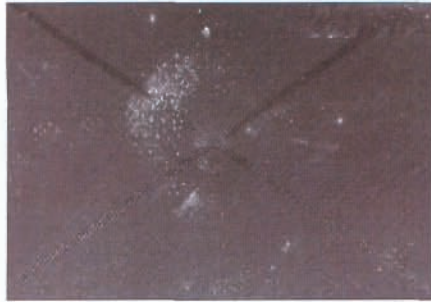


(b) 6.67J/mm 冲击后

图3 T700/5428层板在4.45J/mm和6.67J/mm冲击后照片  
Fig.3 Surface after impact with 4.45J/mm and 6.67J/mm of T700/5428

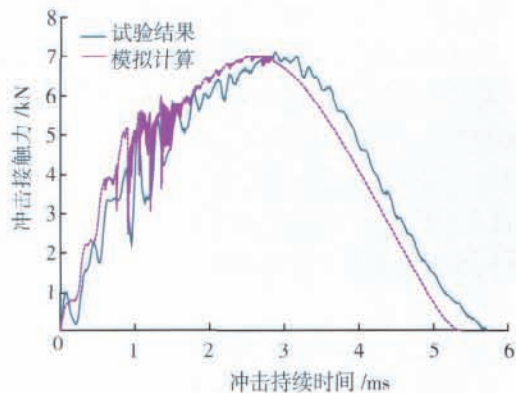


(a) 4.45J/mm 冲击后

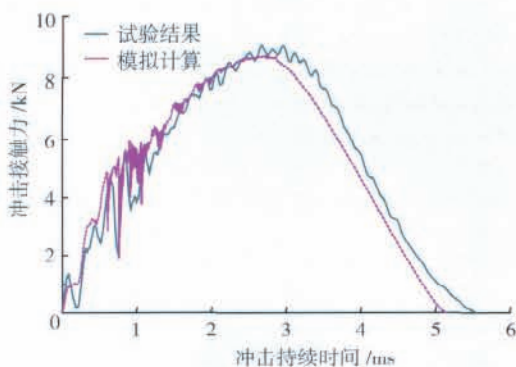


(b) 6.67J/mm 冲击后

图4 T300/5428层板在4.45J/mm和6.67J/mm冲击后照片  
Fig.4 Surface after impact with 4.45J/mm and 6.67J/mm of T300/5428

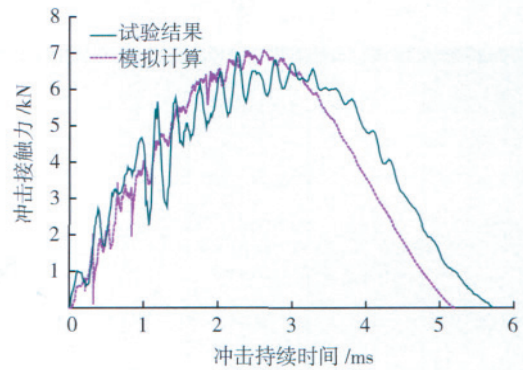


(a) 4.45J/mm

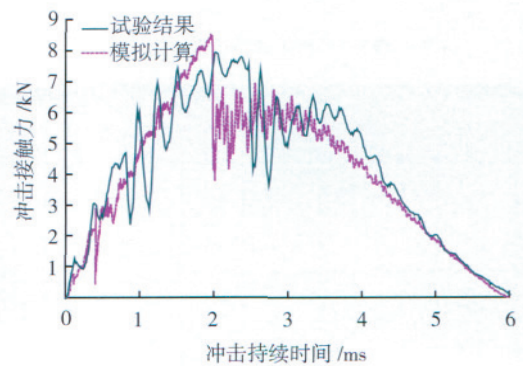


(b) 6.67J/mm

图5 T700/5428层板在4.45J/mm和6.67J/mm时结果  
Fig.5 Comparison of calculation and test results with 4.45J/mm and 6.67J/mm of T700/5428



(a) 4.45J/mm



(b) 6.67J/mm

图6 T300/5428层板在4.45J/mm和6.67J/mm时结果

Fig.6 Comparison of calculation and test results with 4.45J/mm and 6.67J/mm of T300/5428

有限元分析程序进行模拟计算,计算中采用赫兹接触定律,加载段采用公式(4),局部卸载与再加载段采用公式(6),其冲击接触力历程分别见图5和图6所示。

其次,对两种材料、两种能级下永久凹坑深度进行计算,其计算步骤如下:

(1) 计算接触系数  $k$ 。

由公式(5)、表1中层板材料属性以及钢冲头属性(直径16mm,模量取210GPa,泊松比0.3),计算接触系数  $k$ ;

(2) 计算最大压入位移  $\alpha_m$ 。

由模拟计算得到最大接触力  $f_m$ ,再由公式(4)计算最大压入位移  $\alpha_m$ ;

(3) 计算永久凹坑  $\alpha_0$ 。

临界压入位移取0.08mm,由公式(7)计算其永久凹坑深度  $\alpha_0$ ,计算结果如表2所示。

### 2.3 计算结果与试验结果分析

理论分析结果与试验结果如表3所示。通过接触力曲线可以看出,T300/5428层板在6.67J/mm能量冲击后接触力出现大幅下降,即出现了严重损伤,其余则为较小冲击损伤(一般指没有出现大量纤维断裂情况)。

表2 永久凹坑计算过程与结果

层板材料	T700/5428		T300/5428	
冲击能级	4.45	6.67	4.45	6.67
$K/(N \cdot m^{-0.5})$	9.00E+08	9.00E+08	1.07E+09	1.07E+09
$f_m/N$	7000	9100	7000	8500
$\alpha_m/mm$	0.392	0.467	0.350	0.398
$\alpha_{cr}/mm$	0.08	0.08	0.08	0.08
$\alpha_\phi/mm$	0.185	0.237	0.156	0.189

表3 计算与试验结果对比

材料	冲击能量/(J·mm <sup>-1</sup> )	计算结果/mm	试验结果/mm	误差/%
T700	4.45	0.185	0.18	2.62
	6.67	0.237	0.24	1.36
T300	4.45	0.156	0.14	11.5
	6.67	0.189	0.56	66.3

通过对比可以看出,在较小损伤时,计算结果与试验结果比较接近;但是一旦出现严重损伤,则误差十分明显,这也是由赫兹接触定律本身的适用范围所决定的。说明这种基于赫兹接触定律建立的永久凹坑的理论分析方法适用于较小冲击损伤情况,预测结果比较准确;对于严重损伤情况不适用。

### 3 结论

通过理论计算与试验验证了这种计算永久凹坑的理论在较小冲击损伤情况下是适用的,对于严重损伤不适用。此方法可以为复合材料低速冲击性能的预测提供一种参考。

### 参考文献

[1] Serge A. Impact on Composite Structures. Cambridge University Press. 1998.

[2] Barber J R. Elasticity. Kluwer Academic Publishes, 1992.

[3] Gladwell G M L. Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity. Sijthoff and Noordhoff, Alphen ann den Rijn, Netherlands, 1980.

[4] Johnson K L. Contact Mechanics. Cambridge University Press, 1985.

[5] Timoshenko S P, Goodier J N. Theory of Elasticity. McGraw-Hill, New York, 1970.

[6] Cairns D S. Simple Elasto-Plastic Contact Laws for Composites. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 1991,10 (4):423-433.

[7] Christoforou A P. On the Contact of a Spherical Indenter and a

Thin Composite Laminate. Composite Structures, 1993,26:77-82.

[8] Christoforou A P, Yigit A S. Normalized Impact Response and Damage in a Thin Composite Laminate Supported by a Rigid Substrate. Journal of Composite Materials, 1994,28:1553-1573.

[9] Yang S H, Sun C T. Indentation Law for Composite Laminates. ASTM STP 787. 1982:425-449.

[10] Crook A W. A Study of Some Impacts Between Metal Bodies by a Piezoelectric Method. Proc. Royal Soc.[C]. Lodon, Series A, 1952,212:377-390.

(责编 小城)

(上接第 86 页)

信息能准确地传递到 CATIA 系统中,并能建立可参数化驱动的 CAD 模型,这为后一步进行改型设计等创造了极大的有利条件。

### 5 结束语

对于逆向重建 CAD 模型,目前的重点主要放在曲面重建上;实体层重建一般需要较多的人工交互或者经验,效率和效果都不是非常理想。本文提出了基于 XML 格式对几何模型的直接描述,将逆向重建模型采用 CSG/B-Rep 混合表达模式表达,并对 CAD 系统进行二次开发后,实现了 CAD 模型“体”层次上的重构,为后续改型设计提供了可能。最后,通过一个简单的实例,准确实现了重建的三维模型导入到 CATIA 系统后生成了可参数化驱动的 CAD 模型。实践证明,这不仅对于逆向重建三维可参数化驱动设计 CAD 模型提供了一种思路,而且对其他基于 XML 的图形数据交换及 CAD 数据的异构传输也提供了很好的参考。

### 参考文献

[1] 罗刚. 基于“体”的逆向工程特征分类技术研究. 硕士学位论文(硕士论文)[D]. 西安:西北工业大学,2007.

[2] 白晓亮. 逆向工程中的混合 CSG/B-Rep 模型重构. 博士学位论文(博士论文)[D]. 西安:西北工业大学,2005.

[3] Kimber W E. XML representation methods for EXPRESS driven data. 1999-11-01 [2007-02-15].http://xml.cover-pages.org/kimberPAPER.Expressdatain XML. pdf.

[4] 王钰,杨国为. 一种含设计意图的 3D 模型数据实时交换格式[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2007,11 (19):1429-1435.

[5] 谢来勇,郝永平,张秉权. 基于 XML 的产品信息模型表示及应用. 计算机集成制造系统.2004,12 (10):1492-1496.

[6] 张旭,段国林,蔡瑾,等. 基于 XML 的夹具图形数据异构平台的研究与应用. 机械设计,2009,5 (26).

[7] 仇晓黎,易红,吴锡英,等. 网络化设计和制造信息共享中的 STEP 和 XML 技术. 成组技术与生产现代化,2001,18 (3):8-10.

[8] 任东锋,方宗德,黄广君. XML 在网络协同设计中的应用. 计算机工程,2003,29 (20):92-94.

(责编 三丰)